

Guía función de probabilidad de una variable aleatoria discreta

OA10: Mostrar que comprenden las variables aleatorias finitas.

Recordando contenido previo:

Variable aleatoria

Corresponde a una función (X) que asigna un valor numérico (E) a cada resultado del espacio muestral (Ω) de un experimento aleatorio, además se dirá que es **discreta** si los valores asignados son contables (números enteros). Ejemplo:

- La suma de las puntuaciones obtenidas al lanzar dos dados.
- Número de caras obtenidas al lanzar tres monedas.

Actividad 1: Para los siguientes experimentos aleatorios, identifica la variable aleatoria y luego construye su función asociada.

a) En un recipiente se tienen tres bolitas, como las que muestra la imagen. Se sacan de una en una al azar sin devolverlas hasta obtener la bolita azul y se anota la cantidad de intentos hasta obtener la bolita azul.

Variable Aleatoria (X):



b) Un estudiante realiza el experimento de lanzar tres monedas no cargadas al aire y luego anota la cantidad de caras (C) obtenidas.

Variable Aleatoria (X):



Función probabilidad de una variable aleatoria discreta

Corresponde a una función $f(X)$ que asigna una probabilidad a cada uno de los valores del recorrido de la variable aleatoria (X), es decir, es una función que indica la posibilidad de ocurrencia de cada valor que toma la variable aleatoria. Además, debe cumplir con las siguientes condiciones:

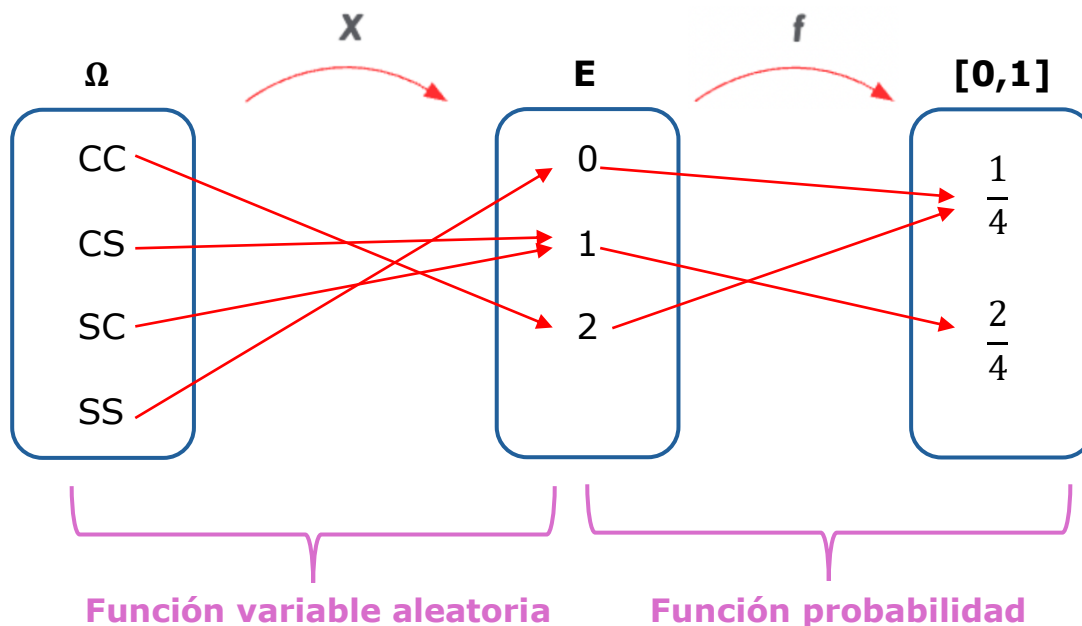
- La probabilidad para cada valor debe ser entre 0 y 1.
- La suma de todas las probabilidades sea igual a 1.

Ejemplo: Sigamos con el ejemplo anterior de lanzar monedas al aire, en este caso se lanza dos monedas y se cuenta la cantidad de caras (C) obtenidas.

Variable aleatoria (X): Cantidad de caras obtenidas

Su espacio muestral sería (Ω): $\{CC, CS, SC, SS\}$

La función variable aleatoria y función probabilidad se muestran en el siguiente diagrama:



Podemos notar que la probabilidad de que la variable aleatoria tome valores de **0** o **2** es $\frac{1}{4}$, asimismo que tome el valor de **1** es $\frac{2}{4}$. Lo anterior, se calcula utilizando la regla de Laplace para definir la función.

Además, si sumamos todas las probabilidades:

$$\begin{array}{ccccccc} P(X=0) & + & P(X=1) & + & P(X=2) & & \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \\ \frac{1}{4} & + & \frac{2}{4} & + & \frac{1}{4} & = & \frac{4}{4} = \mathbf{1} \end{array}$$

Actividad 2: Para cada situación determina el espacio muestral, los valores de la variable aleatoria discreta y la función de probabilidad asociada.

a) En un curso compuesto por 12 hombres y 14 mujeres se desea seleccionar al azar a 4 estudiantes para competir por las alianzas del colegio, se define la variable aleatoria como la cantidad de mujeres seleccionadas.

Variable aleatoria (X):

Espacio muestral (Ω):



b) Juan y Daniela juegan a lanzar un dado con las siguientes reglas: si sale un número par se dobla el puntaje obtenido, si sale un número impar se vuelve a lanzar y se suman los puntajes obtenidos. Se define la variable aleatoria como el puntaje obtenido en el juego.

Variable aleatoria (X):

Espacio muestral (Ω):



c) Una urna contiene tres bolitas numeradas del 1 al 3, se escoge al azar dos bolitas con reposición y se define la variable aleatoria como la suma de los números obtenidos.

Variable aleatoria (X):

Espacio muestral (Ω):



d) Un estudiante lanza cuatro monedas al aire y define la variable aleatoria como la diferencia positiva entre el número de caras y sellos obtenidos.

Variable aleatoria (X):

Espacio muestral (Ω):



Actividad 3: Determina el valor de "k" para que cada una de las siguientes funciones sea una función probabilidad.

a)

X	0	1	2
P(X)	$\frac{1}{5}$	k	$\frac{2}{5}$

b)

X	1	2	3	4
P(X)	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{4}{9}$	k

c)

X	0	1	2	3
P(X)	k	$\frac{2}{7}$	$\frac{1}{7}$	k

Actividad 4: La siguiente tabla corresponde a la función probabilidad asociada a la variable aleatoria X, que cuenta la cantidad de caras obtenidas al lanzar tres veces una moneda cargada.

X	0	1	2	3
P(X)	$\frac{4}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{9}$

a) ¿Cuál es la probabilidad de no obtener ninguna cara?

b) ¿Cuál es la probabilidad de obtener más de una cara?

c) ¿Cuál es la probabilidad de obtener a lo más 2 caras?